ԵՐԵՎԱՆԻ ՊԵՏԱԿԱՆ ՀԱՄԱԼՍԱՐԱՆԻ ԳԻՏԱԿԱՆ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
УЧЕНЫЕ ЗАПИСКИ ЕРЕВАНСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА

Բնական գիտություններ 2, 2004 Естественные науки

Механика

УДК 539.3

К. Г. САРКИСЯН

О СДВИГОВЫХ КОЛЕБАНИЯХ ПЬЕЗОЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛУПРОСТРАНСТВА, НА ГРАНИЧНОЙ ПОВЕРХНОСТИ КОТОРОГО ПРИКРЕПЛЕН ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ УПРУГИЙ СЛОЙ

В работе рассматривается задача о сдвиговых установившихся колебаниях пьезоэлектрического полупространства (пьезоэлектрик класса 6mm гексагональной симметрии), на граничной поверхности которого прикреплен диэлектрический слой малой толщины. Колебания среды возбуждаются с помощью линейного источника колебаний, приложенного на поверхности диэлектрического слоя. Используя метод интегрального преобразования Фурье, находим перемещения, соответствующие им электрические потенциалы, а также электрический потенциал в вакууме.

Получена асимптотическая формула амплитуды перемещения для точек, далеких от точки приложения силы, в которой выделена часть электроупругих волн Лява.

Рассмотрим распространение сдвиговых электроупругих волн в изотропном диэлектрическом слое толщины h и в пьезоэлектрическом полупространстве, когда на поверхности $x_2=-h$ диэлектрического слоя действует линейный источник колебаний $P\delta(x_1)e^{-i\omega t}$, где $\delta(x)$ – функция Дирака, ω – частота колебаний, t – параметр времени. Предполагаем, что упругая среда отнесена к прямоугольной декартовой координатной системе $x_1x_2x_3$. Плоскость $x_2=0$ является граничной поверхностью между пьезоэлектрическим полупространством и диэлектрическим слоем. Ось x_2 направлена к пьезоэлектрическому полупространству – по глубине. Ось x_3 совпадает с осью пьезоэлектрика класса 6mm гексагональной симметрии.

Обозначим упругие перемещения пьезоэлектрического полупространства и диэлектрического слоя соответственно $u_*^{(1)}(x_1,x_2,t)$, $u_*^{(2)}(x_1,x_2,t)$, а электрические потенциалы пьезоэлектрического полупространства, диэлектрического слоя и вакуума – соответственно $\phi_*^{(1)}(x_1,x_2,t)$, $\phi_*^{(2)}(x_1,x_2,t)$, $\phi_*^{(e)}(x_1,x_2,t)$.

Упругие перемещения и электрические потенциалы ищем в виде

$$u_*^{(1)}(x_1,x_2,t)=u^{(1)}(x_1,x_2)e^{-i\omega t},\quad u_*^{(2)}(x_1,x_2,t)=u^{(2)}(x_1,x_2)e^{-i\omega t},$$

$$\phi_*^{(1)}(x_1,x_2,t)=\phi^{(1)}(x_1,x_2)e^{-i\omega t},\quad \phi_*^{(2)}(x_1,x_2,t)=\phi^{(2)}(x_1,x_2)e^{-i\omega t},$$

$$\phi_*^{(e)}(x_1,x_2,t)=\phi^{(e)}(x_1,x_2)e^{-i\omega t}.$$

Тогда поставленная задача для амплитуд сводится к граничной задаче [1]:

$$\Delta u^{(1)}+k_1{}^2u^{(1)}=0,\quad \Delta\phi^{(1)}=-\frac{e_{15}}{\varepsilon_{11}}k_1^2u^{(1)},\qquad -\infty<x_1<\infty,\quad 0<x_2<\infty, \tag{1}$$

$$\Delta u^{(2)}+k_2{}^2u^{(2)}=0,\quad \Delta\phi^{(2)}=0,\qquad -\infty<x_1<\infty,\quad -h<x_2<0, \tag{2}$$

$$\Delta\phi^{(e)}=0,\qquad -\infty<x_1<\infty,\quad -\infty<x_2<-h. \tag{3}$$

Условия контакта на $x_2=0$:

$$\begin{cases} c_{44}\left.\dfrac{\partial u^{(1)}}{\partial x_2}\right|_{x_2=0}+e_{15}\left.\dfrac{\partial\phi^{(1)}}{\partial x_2}\right|_{x_2=0}=G_2\left.\dfrac{\partial u^{(2)}}{\partial x_2}\right|_{x_2=0}, \\ e_{15}\left.\dfrac{\partial u^{(1)}}{\partial x_2}\right|_{x_2=0}-\varepsilon_{11}\left.\dfrac{\partial\phi^{(1)}}{\partial x_2}\right|_{x_2=0}=-\varepsilon_2\left.\dfrac{\partial\phi^{(2)}}{\partial x_2}\right|_{x_2=0}, \\ \left.u^{(1)}\right|_{x_2=0}=\left.u^{(2)}\right|_{x_2=0},\quad \left.\phi^{(1)}\right|_{x_2=0}=\left.\phi^{(2)}\right|_{x_2=0}. \end{cases} \tag{4}$$

Граничные условия на $x_2=-h$:

$$\begin{cases} G_2\left.\dfrac{\partial u^{(2)}}{\partial x_2}\right|_{x_2=-h}=P\delta(x_1), \\ \left.\phi^{(2)}\right|_{x_2=-h}=\left.\phi^{(e)}\right|_{x_2=-h}, \\ \varepsilon_2\left.\dfrac{\partial\phi^{(2)}}{\partial x_2}\right|_{x_2=-h}=\varepsilon_0\left.\dfrac{\partial\phi^{(e)}}{\partial x_2}\right|_{x_2=-h}, \end{cases} \tag{5}$$

где $c_1^2=c_{44}/\rho_1$, $k_1^2=\omega^2/c_1^2(1+\chi^2)$, а $\chi^2=e_{15}^2/c_{44}\varepsilon_{11}$ – коэффициент электромеханической связи, e_{15} – пьезоэлектрическое постоянное, $\varepsilon_{11},\varepsilon_2,\varepsilon_0$ – коэффициенты диэлектрической проницаемости пьезоэлектрика, диэлектрика и вакуума соответственно, ρ_1 – плотность пьезоэлектрика, c_{44} – коэффициент упругости пьезоэлектрика, $c_2^2=G_2/\rho_2$, $k_2^2=\omega^2/c_2^2$, G_2 и ρ_2 – соответственно модуль сдвига и плотность материала диэлектрического слоя, $\Delta=\partial^2/\partial x_1^2+\partial^2/\partial x_2^2$ – оператор Лапласа.

Рассмотрим случай диэлектрического слоя малой толщины (т. е. $k_1h\ll 1$). Тогда полагается, что электрический потенциал $\phi^{(2)}$ – линейная функция от x_2 [2]:

$$\phi^{(2)}(x_1;x_2)=\phi^{(1)}(x_1;0)+\frac{x_2}{h}\left[\phi^{(1)}(x_1;0)-\phi^{(e)}(x_1;-h)\right]. \tag{6}$$

Уравнения для диэлектрического слоя можно представить в следующем виде:

$$G_2\frac{\partial^2 u^{(2)}}{\partial x_1^2}+\frac{\partial\sigma_{32}^{(2)}}{\partial x_2}=-\rho_2\omega^2u^{(2)},\qquad -\varepsilon_2\frac{\partial^2\phi^{(2)}}{\partial x_1^2}+\frac{\partial D_2^{(2)}}{x_2}=0. \tag{7}$$

Интегрировав уравнения (7) в отрезке $[-h;0]$ по x_2, а второе уравнение (7) умножив на x_2 и интегрировав опять в отрезке $[-h;0]$ по x_2, получим следующие уравнения:

$$\begin{gathered}\frac{\partial^2u^{(2)}}{\partial x_1^2}+k_2^2u^{(2)}=\frac{1}{hG_2}\left(P\delta(x)-\sigma_{32}^{(2)}\big|_{x_2=0}\right),\\ \frac{\partial^2\phi^{(2)}}{\partial x_1^2}-\frac{1}{\varepsilon_2 h}\left(D_2^{(2)}\big|_{x_2=0}-D_2^{(2)}\big|_{x_2=-h}\right)=0,\\ \phi^{(2)}\big|_{x_2=0}-\phi^{(2)}\big|_{x_2=-h}=hD_2^{(2)}\big|_{x_2=-h},\end{gathered} \tag{8}$$

где $\sigma_{32}^{(2)}$ – контактные напряжения, $D_2^{(2)}$ – индукция электрического поля.

Для решения уравнений (1), (3), (8) с граничными и контактными условиями (4) и (5) применим интегральное преобразование Фурье $\overline{\varphi}(\sigma;x_2)=\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\varphi(x_1;x_2)e^{i\sigma x_1}dx_1$, получим следующую граничную задачу:

$$\frac{d^2\overline{u}^{(1)}}{dx_2^2}-\left(\sigma^2-k_1^2\right)\overline{\overline{u}}^{(1)}=0,\qquad \frac{d^2\overline{\phi}^{(1)}}{dx_2^2}-\sigma^2\overline{\phi}^{(1)}=-\frac{e_{15}}{\varepsilon_{11}}k_1^2\overline{u}^{(1)},$$

$$\overline{u}^{(2)}=\frac{1}{hG_2\left(k_2^2-\sigma^2\right)}\left(P-\overline{\sigma}_{32}^{(2)}\big|_{x_2=0}\right),\ \overline{\phi}^{(2)}+\frac{1}{\varepsilon_2hG^2}\left(\overline{D}_2^{(2)}\big|_{x_2=0}-\overline{D}_2^{(2)}\big|_{x_2=-h}\right)=0, \tag{9}$$

$$\phi^{(2)}\big|_{x_2=0}-\phi^{(2)}\big|_{x_2=-h}=hD_2^{(2)}\big|_{x_2=-h},\qquad \frac{d^2\overline{\phi}^{(e)}}{dx_2^2}-\sigma^2\overline{\phi}^{(e)}=0.$$

Условия контакта на $x_2=0$:

$$\begin{cases}c_{44}\dfrac{d\overline{u}^{(1)}}{dx_2}\bigg|_{x_2=0}+e_{15}\dfrac{d\overline{\phi}^{(1)}}{dx_2}\bigg|_{x_2=0}=G_2\dfrac{d\overline{u}^{(2)}}{dx_2}\bigg|_{x_2=0},\\ e_{15}\dfrac{d\overline{u}^{(1)}}{dx_2}\bigg|_{x_2=0}-\varepsilon_{11}\dfrac{d\overline{\phi}^{(1)}}{dx_2}\bigg|_{x_2=0}=-\varepsilon_2\dfrac{d\overline{\phi}^{(2)}}{dx_2}\bigg|_{x_2=0},\\ \overline{u}^{(1)}\big|_{x_2=0}=\overline{u}^{(2)}\big|_{x_2=0},\quad \overline{\phi}^{(1)}\big|_{x_2=0}=\overline{\phi}^{(2)}\big|_{x_2=0}.\end{cases} \tag{10}$$

Граничные условие на $x_2 = -h$:

$$\begin{cases} G_2 \left.\dfrac{d\overline{u}^{(2)}}{dx_2}\right|_{x_2=-h} = P, \\ \left.\overline{\phi}^{(2)}\right|_{x_2=-h} = \left.\overline{\phi}^{(e)}\right|_{x_2=-h}, \\ \varepsilon_2 \left.\dfrac{d\overline{\phi}^{(2)}}{dx_2}\right|_{x_2=-h} = \varepsilon_0 \left.\dfrac{d\overline{\phi}^{(e)}}{dx_2}\right|_{x_2=-h}. \end{cases} \tag{11}$$

Выше имелось в виду, что контур вдоль действительной оси обходит точку $\sigma = -k_2$ сверху, а точку $\sigma = k_2$ снизу.

Решая эту граничную задачу и удовлетворяя условиям уходящей волны, получим выражения трансформантов Фурье амплитуд упругих перемещений и электрических потенциалов в пьезоэлектрике, диэлектрике и вакууме:

$$\overline{u}^{(1)}(\sigma, x_2) = \frac{P}{c_{44}} \cdot \frac{1}{|\sigma|\chi^2 g(h|\sigma|) - \left[(1+\chi^2)\sqrt{\sigma^2 - k_1^2} + \frac{G_2}{c_{44}} h(\sigma^2 - k_2^2)\right]} e^{-\sqrt{\sigma^2 - k_1^2}\, x_2},$$

$$\overline{\phi}^{(1)}(\sigma, x_2) = -\frac{P}{e_{15}} \cdot \frac{\chi^2 g(h|\sigma|)}{|\sigma|\chi^2 g(h|\sigma|) - \left[(1+\chi^2)\sqrt{\sigma^2 - k_1^2} + \frac{G_2}{c_{44}} h(\sigma^2 - k_2^2)\right]} e^{-|\sigma| x_2} +$$

$$+ \frac{Pe_{15}}{\varepsilon_{11} c_{44}} \cdot \frac{1}{|\sigma|\chi^2 g(h|\sigma|) - \left[(1+\chi^2)\sqrt{\sigma^2 - k_1^2} + \frac{G_2}{c_{44}} h(\sigma^2 - k_2^2)\right]} e^{-\sqrt{\sigma^2 - k_1^2}\, x_2}, \tag{12}$$

$$\overline{\phi}^{(e)}(\sigma, x_2) = \frac{Pe_{15}}{\varepsilon_{11} c_{44}} \cdot \frac{g(h|\sigma|) e^{h|\sigma|}}{\left(1 + \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_0} h|\sigma|\right)\left[|\sigma|\chi^2 g(h|\sigma|) - \left[(1+\chi^2)\sqrt{\sigma^2 - k_1^2} + \frac{G_2}{c_{44}} h(\sigma^2 - k_2^2)\right]\right]} e^{|\sigma| x_2},$$

$$\overline{u}^{(2)}(\sigma) = \frac{P}{c_{44}} \cdot \frac{1}{|\sigma|\chi^2 g(h|\sigma|) - \left[(1+\chi^2)\sqrt{\sigma^2 - k_1^2} + \frac{G_2}{c_{44}} h(\sigma^2 - k_2^2)\right]},$$

$$\overline{\phi}^{(2)}(\sigma, x_2) = \frac{Pe_{15}}{c_{44}} \cdot \frac{g(h|\sigma|)\left(1 + \frac{\varepsilon_0}{2}|\sigma|(h - x_2)\right)}{\left(1 + \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_0} h|\sigma|\right)\left[|\sigma|\chi^2 g(h|\sigma|) - \left[(1+\chi^2)\sqrt{\sigma^2 - k_1^2} + \frac{G_2}{c_{44}} h(\sigma^2 - k_2^2)\right]\right]},$$

где $g(h|\sigma|) = \dfrac{\varepsilon_0}{\varepsilon_{11} + \varepsilon_0} + \dfrac{\varepsilon_{11}\varepsilon_2}{(\varepsilon_{11} + \varepsilon_0)^2}\left(1 - \dfrac{\varepsilon_0^{\,2}}{\varepsilon_2^{\,2}}\right) h|\sigma|$.

Интенсивность трансформанта Фурье касательных контактных напряжений будет иметь вид

$$\sigma_{32}^{(2)}\Big|_{x_2=0} = P\,\frac{|\sigma|\chi^2 g(h|\sigma|) - \sqrt{\sigma^2 - k_1^2}\,\left(1+\chi^2\right)}{|\sigma|\chi^2 g(h|\sigma|) - \left[\left(1+\chi^2\right)\sqrt{\sigma^2 - k_1^2} + \frac{G_2}{c_{44}} h\left(\sigma^2 - k_2^2\right)\right]}.$$

Для удовлетворения условия уходящей волны выбрана однозначная ветвь функции $\sqrt{\sigma^2 - k_1^2}$ таким образом, чтобы $\sqrt{\sigma^2 - k_1^2} \to |\sigma|$ при $|\sigma| \to \infty$ и $\sqrt{\sigma^2 - k_1^2} = -i\sqrt{k_1^2 - \sigma^2}$. В этом случае контур вдоль действительной оси обходит точку ветвления $\sigma = -k_1$ сверху, а точку $\sigma = k_1$ снизу [3].

Теперь рассмотрим знаменатель решения

$$|\sigma|\chi^2 g(h|\sigma|) - \left[\left(1+\chi^2\right)\sqrt{\sigma^2 - k_1^2} + \frac{G_2}{c_{44}} h\left(\sigma^2 - k_2^2\right)\right] = f(\sigma). \tag{13}$$

Доказано, что при $k < \sigma < k_2$ $\left(k^2 = \frac{\omega^2}{c_1^2}\right)$,

$$k_2 h \ll \left(1 - \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_{11} + \varepsilon_0}\right) \Big/ \frac{\varepsilon_{11}\varepsilon_2}{(\varepsilon_{11} + \varepsilon_0)^2}\left(1 - \frac{\varepsilon_0^2}{\varepsilon_2^2}\right)$$

и при любых значениях χ

$$f(k_1) = \left(\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_{11} + \varepsilon_0} + \frac{\varepsilon_{11}\varepsilon_2}{(\varepsilon_{11} + \varepsilon_0)^2}\left(1 - \frac{\varepsilon_0^2}{\varepsilon_2^2}\right) k_1\right) k_1 \chi^2 + \frac{G_2}{C_{44}} h\left(k_2^2 - k_1^2\right) > 0,$$

$$f(k_2) = \left(\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_{11} + \varepsilon_0} + \frac{\varepsilon_{11}\varepsilon_2}{(\varepsilon_{11} + \varepsilon_0)^2}\left(1 - \frac{\varepsilon_0^2}{\varepsilon_2^2}\right) k_2\right) k_2 \chi^2 - \left(1+\chi^2\right)\sqrt{k_2^2 - k_1^2} < 0.$$

Кроме того, $\frac{\partial f}{\partial \sigma} < 0$ при $\sigma > k_1$, $k_2 h \ll \left(1 - \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_{11} + \varepsilon_0}\right) \Big/ \frac{\varepsilon_{11}\varepsilon_2}{(\varepsilon_{11} + \varepsilon_0)^2}\left(1 - \frac{\varepsilon_0^2}{\varepsilon_2^2}\right)$ и любых значениях χ.

Из этого следует, что в интервале $k_1 < \sigma < k_2$ функция $f(\sigma)$ имеет единственный нуль $\sigma = \sigma_0$. Из четности функции $f(\sigma)$ следует, что $\sigma = -\sigma_0$ в интервале $-k_1 < \sigma < -k_2$ также является нулем этой функции. Чтобы удовлетворялись условия уходящей волны, контур вдоль действительной оси должен обходить точку $\sigma = -\sigma_0$ сверху, а точку $\sigma = \sigma_0$ снизу. Из вышесказанного следует, что существует электроупругая поверхностная волна Лява, которая распространяется со скоростью $C_L = \frac{\omega}{\sigma_0}$.

Используя метод Лайтхила [4], получим асимтотическую формулу для $u^{(1)}(x_1, 0) = \frac{P}{2\pi c_{44}} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-i\sigma x_1}}{f(\sigma)} d\sigma$, когда $x_2 = 0$, $|x_1| \to \infty$.

Имея в виду, что $\sigma = 0$, $\sigma = \pm k_1$, $\sigma = \pm\sigma_0$ являются особыми точками подынтегральной функции, представим $\bar{u}^{(1)}(\sigma,0)$ таким образом:

$$\frac{1}{f(\sigma)}=\frac{A}{\sigma-\sigma_0}-\frac{A}{\sigma+\sigma_0}+B_1\sqrt{\sigma-k_1}+B_2\sqrt{\sigma+k_1}+C|\sigma|+F(\sigma).$$

Нетрудно заметить, что функция $\frac{d^2\bar{F}}{d\sigma^2}$ абсолютно интегрируема. Поэтому будем иметь $\frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\frac{d^2\bar{F}}{d\sigma^2}e^{-i\sigma x_1}d\sigma\to 0$, когда $|x_1|\to\infty$. С другой стороны, $F(x_1)=-\frac{1}{x_1^2}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\frac{d^2\bar{F}}{d\sigma^2}e^{-i\sigma x_1}d\sigma$. Так что $F(x_1)=o(x_1^{-2})$, когда $|x_1|\to\infty$. Учитывая также $\frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\sqrt{\sigma\pm k_1}e^{-i\sigma x_1}d\sigma=\frac{1}{2\sqrt{\pi}}\cdot\frac{e^{i\left(k_1|x_1|+\frac{\pi}{4}\operatorname{sgn}x_1\right)}}{|x_1|^{3/2}}$,

$\frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}|\sigma|e^{-i\sigma x_1}d\sigma=-\frac{1}{x_1^2}\cdot\frac{1}{\pi}$, $\frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\left(\frac{1}{\sigma-\sigma_0}-\frac{1}{\sigma+\sigma_0}\right)e^{-i\sigma x_1}d\sigma=ie^{i\sigma_0|x_1|}$,

$u^{(1)}(x_1,0)$ можем записать в виде:

$$u^{(1)}(x_1,0)=\frac{iAP}{c_{44}}e^{i\sigma_0|x_1|}+o\left(|x_1|^{-3/2}\right), \tag{14}$$

когда $|x_1|\to\infty$, где $A=\frac{1}{f'(\sigma)|_{\sigma=\sigma_0}}$.

При $h\to 0$ получаем решение задачи для упругого пьезоэлектрического полупространства без диэлектрического слоя. В этом случае по поверхности пьезоэлектрического полупространства распространяется поверхностная волна Блюстейна–Гуляева, волновое число которой определяется из дисперсионного уравнения [5]:

$$\sigma_n=\frac{\alpha k_1}{\sqrt{\alpha^2-\beta^2}},\ \text{где}\ \ \alpha=1+\chi^2,\ \ \beta=\chi^2\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_{11}+\varepsilon_0}.$$

Тогда будем иметь

$$u^{(1)}(x_1,0)=\frac{iA_1P}{c_{44}}e^{i\sigma_n|x_1|}+o\left(|x_1|^{-3/2}\right), \tag{15}$$

когда $|x_1|\to\infty$, где $A_1=\frac{\sqrt{\sigma_n^2-k_1^2}}{\beta\sqrt{\sigma_n^2-k_1^2}-\alpha\sigma_n}$.

При отсутствии пьезоэффекта по поверхности упругого полупространства распространяется поверхностная волна Лява. В этом случае волновое число σ_L $\left(\omega^2/c^2<\sigma_L^2<\omega^2/c_2^2\right)$ определяется из дисперсионного уравнения:

$$\sigma_L = \sqrt{\frac{1}{2}\left(2k_2^2 + \lambda^2 - \lambda\sqrt{\lambda^2 + 4\left(k_2^2 - k^2\right)}\right)}, \text{ где } \lambda = \frac{c_{44}}{G_2 h}.$$

В этом частном случае получим:

$$u^{(1)}(x_1, 0) = \frac{iA_2 P}{c_{44}} e^{i\sigma_L |x_1|} + o\left(|x_1|^{-3/2}\right), \tag{16}$$

когда $|x_1| \to \infty$, где $A_2 = \dfrac{\sigma_L^2 - k_2^2}{\sigma_L\left(\lambda^2 - 2\left(\sigma_L^2 - k_2^2\right)\right)}$.

По этой аналогии можно получить асимптотические формулы электрических потенциалов для пьезоэлектрического полупространства и вакуума, а также интенсивность контактных напряжений.

Автор выражает глубокую благодарность проф. Э.Х. Григоряну за постановку задачи и ценные советы.

Кафедра механики сплошной среды *Поступила 18.11.2003*

ЛИТЕРАТУРА

1. **Балакирев М.К., Гилинский И.А.** Волны в пьезокристаллах. Новосибирск, 1982.
2. **Аветисян А.С.** Распространение сдвиговых поверхностных волн в пьезоэлектрической среде: Автореф. дис. на соискание уч. ст. канд. физ.-мат. наук. Ер., 1985, с. 69–91.
3. **Нобл Б.** Метод Винера Хопфа. М.: ИЛ, 1962.
4. **Lighthill M.J.** An Introduction to Fourier analysis and generalized functions. Cambridge Univ. Press. 1959.
5. **Григорян Э.Х., Саркисян Л.В.** – Изв. НАН РА, Механика, 1996, т. 49, № 3, с. 23–30.

Կ. Հ. ՍԱՐԳՍՅԱՆ

ԽՆԴԻՐ ՊՅԵԶՈԷԼԵԿՏՐԻԿ ԿԻՍԱՏԱՐԱԾՈՒԹՅԱՆ ՄԱԿԵՐԵՎՈՒՅԹԻՆ ԱՄՐԱՑՎԱԾ Է ԴԻԷԼԵԿՏՐԻԿ ԱՌԱՁԳԱԿԱՆ ՇԵՐՏ

Ամփոփում

Աշխատանքում ուսումնասիրված են առաձգական պյեզոէլեկտրիկ կիսատարածության (6mm դասի հեքսագոնալ սիմետրիայի պյեզոէլեկտրիկ) սահքային կայունացած տատանումները, երբ նրա եզրային մակերևույթին ամրացված է փոքր հաստությամբ դիէլեկտրիկ առաձգական շերտ: Միջավայրի տատանումները առաջանում են գծային աղբյուրի միջոցով, որը կիրառվում է դիէլեկտրիկ շերտի եզրային մակերևույթի վրա: Օգտվելով Ֆուրյեի ինտեգրալ ձևափոխության մեթոդից՝ ստանում ենք

դիէլեկտրիկ շերտի և պյեզոէլեկտրիկ կիսատարածության տեղափոխությունները, համապատասխան էլեկտրական պոտենցիալները, ինչպես նաև էլեկտրական պոտենցիալը վակուումում:

Ուժի կիրառման կետից անվերջ հեռու գտնվող կետերի տեղափոխության ամպլիտուդի համար ստացված է ասիմպտոտիկ բանաձև, որում առանձնացված է Լյավի էլեկտրաառաձգական ալիքների մասը:

K. H. SARGSYAN

ON THE SHEAR VIBRATIONS OF PIEZOELECTRIC HALF-SPACE, IN THE CASE WHEN DIELECTRIC CONDUCTING LAYER ON THE BOUNDARY SURFACE IS FASTENED

Summary

Shear vibrations of elastic piezoelectric half-space (piezoelectric of 6mm class hexogonal symmetry) covered by a dielectric layer is studied. The vibrations in the media are induced due to the periodical force acting on the dielectric layer. Displacements, corresponding electrical potentials as well in vacuum, dielectric layer and piezoelectric half-space are obtained using Fourie's transformations.

An asimptotic formula is obtained for displacement amplitude of points on infinite distance from the point on which the force acts, where the part of Lyav's electro-elastic waves are separated.