

Физика

УДК 535.421; 532.783

А. В. ГАЛСТЯН

### ЭВОЛЮЦИЯ И ИССЛЕДОВАНИЕ ТОЛСТЫХ АНИЗОТРОПНЫХ ГОЛОГРАММ, ЗАПИСАННЫХ В ПОЛИМЕРНО-ДИСПЕРГИРОВАННЫХ ЖИДКИХ КРИСТАЛЛАХ

Теоретически исследована динамика образования анизотропных голограмм и дифракционные свойства полученных решеток. Описаны причины возникновения модуляции в композитной среде фотополимера и жидкого кристалла.

Полимерно-диспергированные жидкие кристаллы (ПДЖК) являются композитными средами, которые обладают управляемой анизотропностью жидкого кристалла, механическими свойствами полимеров и могут использоваться во многих оптических системах и устройствах. Особенно интересны ПДЖК-материалы, основанные на фотополимерах. Они формируются освещением однородных смесей фотомономер–жидкий кристалл (ЖК) светом, который вызывает полимеризацию фотомономера. При этом образуется полимерная матрица, в которой формируются каплеобразные домены ЖК. Если освещать такой раствор интерференционной картиной двух плоских когерентных волн, образуется ПДЖК-материал с модулированным коэффициентом преломления. По мере того, как начинается полимеризация и число молекул мономера уменьшается в освещенных областях, молекулы мономера из темных областей диффундируют в освещенные зоны. Тем временем молекулы ЖК вытесняются из освещенных областей и создается модуляция концентраций полимера и ЖК, что и приводит к модуляции коэффициента преломления и образованию дифракционной решетки. Освещенные области более насыщены полимером, и суммарный коэффициент преломления этих областей близок к коэффициенту преломления полимера, а темные участки насыщены жидким кристаллом, и суммарный коэффициент преломления этих областей обусловлен, главным образом, жидким кристаллом.

Вопросы динамики записи решеток рассматривались в работах [1, 2], а исследование уже записанных ПДЖК-дифракционных решеток – в [3–5].

Данная работа посвящена моделированию процесса записи ПДЖК-голограмм в смеси фотомономер-ЖК и изучению их дифракционных свойств. Приводятся диффузионные уравнения нелокальной полимеризации с учетом диффузии полимера и метод решения этих уравнений. Из полученных пространственных распределений концентраций полимера и ЖК по формуле Лоренца-Лоренца [6] вычислено распределение диэлектрической проницаемости дифракционной решетки. То же распределение вычислено по более простой, приближенной формуле. Сделано сравнение дифракционных эффективностей для этих двух случаев.

**Динамика образования дифракционных решеток.** Пусть раствор фотомономера и ЖК освещается периодически модулированным светом с интенсивностью  $I(x) = I_0(1 + V \cos(Kx))$ , где  $I_0$  – средняя интенсивность,  $V$  – глубина модуляции,  $K = 2\pi/\Lambda$ ,  $\Lambda$  – период модуляции. Образование решеток описывается диффузионными уравнениями полимеризации. Пусть  $U(x,t)$  – концентрация мономера,  $N(x,t)$  – концентрация полимера, а  $L(x,t)$  – концентрация жидкого кристалла. Предполагаем, что рост  $N(x,t)$  прямо пропорционален  $U(x,t)$ . Тогда с учетом диффузии полимера уравнение концентрации полимера в рамках модели нелокальной полимеризации примет следующий вид [1]:

$$\frac{\partial N(x,t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[ D_p(x,t) \frac{\partial N(x,t)}{\partial x} \right] + \int_{-\infty}^{+\infty} R(x,x') F(x') U(x',t) dx', \quad (1)$$

где  $F(x) = F_0(1 + V \cos(Kx))$  является коэффициентом пропорциональности, называемым «локальным порядком полимеризации»,  $F_0 = kI_0$ , где  $k$  – постоянная величина,  $R(x-x') = \exp(-(x-x')^2/2\sigma)/\sqrt{2\pi\sigma}$  – гауссовская функция, описывающая нелокальность полимеризации,  $\sqrt{\sigma}$  – ширина гауссовского распределения,  $D_p(x,t)$  – коэффициент диффузии полимера.

Пространственно-временное изменение концентрации мономера задается стандартным уравнением диффузии с дополнительным членом в его правой части, представляющим уменьшение концентрации мономера из-за полимеризации.

$$\frac{\partial U(x,t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[ D_m(x,t) \frac{\partial U(x,t)}{\partial x} \right] - \frac{\partial N(x,t)}{\partial t}. \quad (2)$$

Здесь  $D_m(x,t)$  – коэффициент диффузии мономера. Пренебрегая диффузионными нелинейностями и учитывая нелокальную полимеризацию,  $D_m(x,t)$  и  $D_p(x,t)$  можем записать следующим образом:

$$D_{m,p}(x,t) = D_{ma,pa} \exp(-\alpha_{m,p} F_0 t) \cosh \left( \alpha_{m,p} V F_0 t \exp \left( -\frac{K^2 \sigma}{2} \right) \right) - D_{ma,pa} \exp(-\alpha_{m,p} F_0 t) \sinh \left( \alpha_{m,p} V F_0 t \exp \left( -\frac{K^2 \sigma}{2} \right) \right) \cos(Kx), \quad (3)$$

где  $D_{m,p}$  – начальные коэффициенты диффузии мономера и полимера,  $\alpha_{m,p}$  – скорости убывания коэффициентов диффузии по мере полимеризации. Так как ЖК не влияет на протекание процесса полимеризации, его концентрация не входит в диффузионное уравнение полимеризации, а распределение концентрации ЖК находим из условия нормировки  $U + N + L = 1$ .

Уравнения (1), (2) решаются численными методами. Разложим  $U(x,t)$  и  $N(x,t)$  по координате в ряд Фурье. Учитывая, что полимеризация инициируется косинусоидальным световым полем, и пренебрегая диффузионными нелинейностями, можем утверждать, что  $U(x,t)$  и  $N(x,t)$  являются периодическими и четными функциями от  $x$ -координаты, следовательно, фурье-разложения этих функций содержат только члены с косинусами:

$$U(x,t) = \sum_{i=0}^{\infty} U_i(t) \cos(iKx), \quad N(x,t) = \sum_{i=0}^{\infty} N_i(t) \cos(iKx). \quad (4)$$

Расчеты показывают, что учет гармоник выше второго порядка в разложениях (4) приводит к малым поправкам. Подставляя выражения (3), (4) в (1) и (2) при  $i = 0, 1, 2$ , получим систему из шести уравнений, которые решаются численными методами. Тем самым получаем пространственное распределение концентраций полимера и мономера. Очевидно, что в конце процесса полимеризации концентрация мономера равна нулю. Пусть  $N_0$  и  $N_1$  – значения первых двух гармоник концентрации полимера после окончания процесса полимеризации. Из условия нормировки можно найти конечное распределение концентрации ЖК:  $N_0 + N_1 \cos(Kx) + L_0 + L_1 \cos(Kx) = 1$ . Подставляя эти величины в формулу Лоренца–Лоренца [6], находим распределение диэлектрической проницаемости (или коэффициента преломления) в полученной ПДЖК-решетке:

$$\varepsilon_{\parallel,\perp}(x) = \varepsilon_{\parallel,\perp}^0 + \varepsilon_{\parallel,\perp}^1 \cos(Kx), \quad (5)$$

где  $\varepsilon_{\parallel,\perp}^0$  – параллельная и перпендикулярная компоненты средней диэлектрической проницаемости,  $\varepsilon_{\parallel,\perp}^1$  – параллельная и перпендикулярная компоненты модуляции диэлектрической проницаемости. Таким образом, мы смоделировали образование дифракционной решетки в ПДЖК-материалах и нашли распределение диэлектрической проницаемости в полученной ПДЖК-решетке.

**Угловая селективность дифракционной эффективности.** Выясним, какова зависимость дифракционной эффективности от угла падения света на толстую анизотропную прозрачную решетку с приведенным выше распределением диэлектрической проницаемости (5).

Рассмотрим ненаклонную прозрачную дифракционную решетку толщиной  $d$  и с периодом  $\Lambda$ , с которым был модулирован свет во время записи решетки. Направим ось  $y$  вдоль нормали к поверхности решетки.

$\lambda_0$  – длина волны пробного падающего света в вакууме, который линейно поляризован либо в плоскости падения ( $p$ -волна), либо в перпендикулярной плоскости ( $s$ -волна),  $\theta_i$  – угол падения пучка на решетку (внутри образца). Согласно [3], дифракционная эффективность такой решетки имеет следующий вид:

$$\eta = \frac{\sin^2 \sqrt{\xi^2 + v^2}}{1 + \xi^2 / v^2}, \quad (6)$$

где  $v = d\sqrt{\chi_i \chi_d}$  – модуляционный параметр,  $\xi$  – параметр, описывающий брэгговскую расстройку,  $\chi_i, \chi_d$  – коэффициенты обмена энергиями для падающей и дифрагированной волн соответственно.

$$\xi = \frac{dg_d k_i \Delta}{2 \cos(\varphi_d) k_d}, \quad \chi_{i,d} = \frac{k_0 A}{4n_{i,d} g_{i,d} \cos(\varphi_{i,d})}, \quad (7)$$

где  $\Delta = (k_d^2 - k_i^2)/2k_i$ ,  $\vec{k}_{i,d} = \vec{k}_0 n_{i,d}$  – волновые векторы падающей и дифрагированной волн в среде,  $n_{i,d}$  – коэффициенты преломления этих волн,  $A = \vec{e}_i \hat{\varepsilon}^1 \vec{e}_d = \vec{e}_d \hat{\varepsilon}^1 \vec{e}_i$ ,  $\vec{e}_i$  и  $\vec{e}_d$  – единичные векторы электрического поля падающей и дифрагированной волн,  $\hat{\varepsilon}^1$  – тензор модуляции диэлектрической проницаемости, который имеет диагональный вид с компонентами  $\varepsilon_{xx} = \varepsilon_{\parallel}$ ,  $\varepsilon_{yy} = \varepsilon_{zz} = \varepsilon_{\perp}$ ,  $\varphi_{i,d}$  – углы, составленные вектором Пойнтинга и осью  $y$ ,  $g_{i,d}$  – косинусы углов между векторами Пойнтинга и волновыми векторами падающей и дифрагированной волн.

Для  $s$ -волны имеем –

$$g_{i,d} = 1, \quad n_{i,d}^2 = \varepsilon_{\perp}^0, \quad A = \varepsilon_{\perp}^1, \quad (8)$$

а для  $p$ -волны –

$$g_{i,d} = \frac{\varepsilon_{\parallel}^0 \sin^2(\theta_{i,d}) + \varepsilon_{\perp}^0 \cos^2(\theta_{i,d})}{\sqrt{(\varepsilon_{\parallel}^0)^2 \sin^2(\theta_{i,d}) + (\varepsilon_{\perp}^0)^2 \cos^2(\theta_{i,d})}}, \quad n_{i,d}^2 = \frac{\varepsilon_{\perp}^0 \varepsilon_{\parallel}^0}{\varepsilon_{\parallel}^0 \sin^2(\theta_{i,d}) + \varepsilon_{\perp}^0 \cos^2(\theta_{i,d})}, \quad (9)$$

$$A = \varepsilon_{\perp}^1 \sin(\varphi_i) \sin(\varphi_d) - \varepsilon_{\parallel}^1 \cos(\varphi_i) \cos(\varphi_d).$$

**Численные результаты моделирования и обсуждение результатов.** Решив диффузионные уравнения для фурье-компонент концентраций полимера, мономера и жидкого кристалла с начальными условиями  $U^0 = 0,7$ ,  $N^0 = 0$ ,  $L^0 = 0,3$  для параметров  $I_0 = 10 \text{ мВт/см}^2$ ,  $K = 6,28 \text{ мк}^{-1}$ ,  $V = 0,6$ ,  $\sigma = 0,005 \text{ мк}^2$ ,  $D_{ma} = 0,9 \text{ мк}^2/\text{с}$ ,  $D_{pa} = 0,35 \text{ мк}^2/\text{с}$ ,  $\alpha_m = 2,5$ ,  $\alpha_p = 10$ ,  $k = 0,003 \text{ см}^2/\text{с} \cdot \text{мВт}$ , в конце процесса полимеризации получим среднюю концентрацию полимера  $N_0 = 0,7$  и модулированную –  $N_1 = 0,15$ . Фурье-компоненты концентрации ЖК находим из приведенного выше условия нормировки:  $L_0 = 0,3$ ,  $L_1 = 0,15$ . Концентрация мономера равна нулю, так как

процесс полимеризации завершен. Подставляя эти величины в формулу Лоренца–Лоренца, получаем распределение диэлектрической проницаемости ПДЖК-решетки:

$$\varepsilon_{\parallel}(x) = \varepsilon_{\parallel}^0 + \varepsilon_{\parallel}^1 \cos(Kx) = 2,62 - 0,064 \cos(Kx), \quad (10)$$

$$\varepsilon_{\perp}(x) = \varepsilon_{\perp}^0 + \varepsilon_{\perp}^1 \cos(Kx) = 2,43 + 0,031 \cos(Kx). \quad (11)$$

Эти числовые значения были получены при диэлектрических проницаемостях полимера –  $\varepsilon_p = 2,5$ , жидкого кристалла –  $\varepsilon_{\perp}^{ЖК} = 2,3$ ,  $\varepsilon_{\parallel}^{ЖК} = 2,95$ .

В работе [3] сделан расчет угловой зависимости дифракционной эффективности, но вместо формулы Лоренца–Лоренца использована более простая, приближенная формула:

$$\varepsilon_{\parallel,\perp}(x) = \varepsilon_{\parallel,\perp}^{ЖК} (L_0 - L_1 \cos(Kx)) + \varepsilon_p (N_0 + N_1 \cos(Kx)), \quad (12)$$

которая более удобна для численных расчетов. Среднее значение диэлектрической проницаемости ПДЖК-решетки, рассчитанное по приближенной формуле (12) для одних и тех же параметров, отличается от средней диэлектрической проницаемости, рассчитанной по точной формуле Лоренца–Лоренца, на 0,08% для *s*-волны, на 0,33% для *p*-волны. Разница модуляций диэлектрических проницаемостей составляет 2,4% для *s*-волны, 5,5% для *p*-волны. Угловые зависимости дифракционных эффективностей по форме совпадают, а количественно отличаются при  $d = 22,4 \text{ мк}$  и  $\lambda_0 = 0,628 \text{ мк}$  на 20% для *s*-волны и 30% для *p*-волны. Эта разница становится меньше при малых модуляциях концентраций. Однако в этом случае дифракционная эффективность бывает малой, и такие решетки не интересны.

Таким образом, мы смоделировали динамику записи дифракционных ПДЖК-решеток в растворе ЖК–фотомономер. Из моделирования процесса записи решетки получены распределения концентраций полимера и жидкого кристалла в записанной ПДЖК-решетке. Для полученных распределений концентраций ЖК и полимера вычислено распределение диэлектрических проницаемостей ПДЖК-решетки по формуле Лоренца–Лоренца и по более простой, приближенной формуле. Приведены сравнения полученных распределений диэлектрических проницаемостей и соответствующих дифракционных эффективностей для *s*- и *p*-поляризованных пробных пучков. Оказывается, что дифракционные эффективности, вычисленные по точной и приближенной формулам, качественно совпадают, однако есть количественная разница, и она зависит от поляризации пробного пучка.

Кафедра оптики

Поступила 04.02.2004

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Sheridan J.T., Lawrence J.R. – JOSA A, 2000, v. 17, № 6, p. 1108.
2. Zhao G., Morouli P. – J. Mod. Opt., 1994, v. 41, № 10, p. 1929.
3. Акопян Р., Галстян А., Галстян Т. – ЖЕТФ (в печати), 2004.

4. Kogelnik H. – Bell Syst. Tech. J., 1969, v. 48, p. 2909.
5. Montemezzani G. and Zgonik M. – Phys. Rev. E., 1997, v. 55, p.1035.
6. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. М.: Наука, 1973, с. 97.

Ա. Վ. ԳԱԼՍՏՅԱՆ

ՊՈԼԻՄԵՐԱՅԻՆ ԴԻՍՊԵՐՍՎԱԾ ՀԵՂՈՒԿ ԲՅՈՒՐԵՂԱԿԱՆ  
ՄԻՋԱՎԱՅՐԵՐՈՒՄ ԳՐԱՆՑՎԱԾ ՀԱՍՏ ԱՆԻՉՈՏՐՈՊ ՀՈԼՈԳՐԱՄՆԵՐԻ  
ԱՌԱՋԱՑՄԱՆ ԴԻՆԱՄԻԿԱՆ ԵՎ ԴՐԱՆՑ ՀԵՏԱԶՈՏՈՒԹՅՈՒՆԸ

Ամփոփում

Աշխատանքում մոդելավորված է հեղուկ բյուրեղ-ֆոտոմոնոմեր խառնուրդում գրվող ցանցերի ստաջացման դինամիկան: Դինամիկայի պրոցեսի մոդելավորումից ստացված են պոլիմերի և հեղուկ բյուրեղի կենցենտրացիաների տարածական բաշխումները: Պոլիմերի և հեղուկ բյուրեղի համար ստացված բաշխվածություններից Լորենցի-Լորենցի և ավելի պարզ մոտավոր բանաձևերով հաշվված են դիֆրակտիկ թափանցելիության բաշխումները: Բերված են այդ դիֆրակտիկ թափանցելիությունների և դրանց համապատասխան դիֆրակցիոն էֆեկտիվությունների համեմատություններ *s*- և *p*-բևեռացած ալիքների համար: Պարզվում է, որ Լորենցի-Լորենցի և մոտավոր բանաձևերով ստացված դիֆրակցիոն էֆեկտիվությունները որակապես համընկնում են, սակայն գոյություն ունի քանակական տարբերություն, որը կախված է փորձնական ճառագայթի բևեռացումից:

A.V. GALSTYAN

POLYMER DISPERSED LIQUID CRYSTAL GRATINGS' EVOLUTION AND INVESTIGATION OF THEIR DIFFRACTION EFFICIENCY

Summary

In this paper evolution of thick anisotropic gratings formation in photo-monomer-liquid crystal mixture is modeled. The polymer and monomer concentrations' distributions are obtained from modeling of grating formation process. Distributions of dielectric permittivities from Lorentz-Lorenz and more simple approximate formulas are obtained. The comparison of received distributions and appropriate diffraction efficiencies for *s*- and *p*-polarized probe beams are done. It appears, that diffraction efficiencies calculated by exact and approximate distributions qualitatively coincide, however there is a quantitative difference and it depends on polarization of the probe beam.